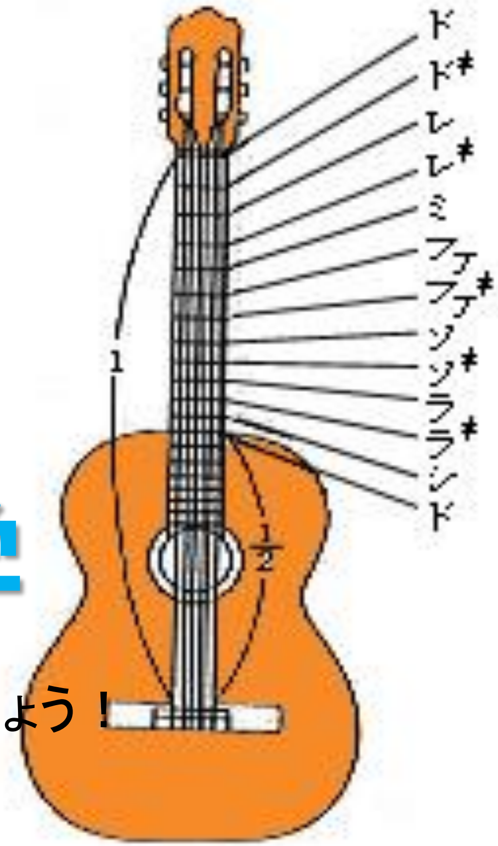
おちこち 広場

楽しく学ぼう

数学と科学



数学・科学の面白さを体験しましょう！

NPO法人：なにわ考房
田中　聰

2018年4月

人類は遠い祖先から、宇宙をはじめ、自然に対して、

なぜ？どうして？なに？

“なぜ？”という疑問から数学や科学が発展してきました。

- ニュートンはリンゴが落ちる現象から力学の法則や万有引力を発見した。
- “なぜリンゴが落ちるのだろう？”という疑問から大発見がなされました。
- 太陽や惑星の運動や様々な現象は、この法則で成り立っている。

先人たちの努力の結晶

- 私たちが、聞き流す公式や法則一つ一つに歴史がある。
- 公式や法則がいつ、だれが、どのようにして発見されたのか？そのことを知ると、感動を覚えます。

- 昔の人は簡単に公式や法則を発見したのではありません。
- 考えて考えて、血が滲むような努力をして、それでも失敗を何回も繰り返して･･･、やっと、公式や法則の発見に繋がった。

ここでは、先人たちの努力の結晶の一部を紹介したいと思います。

数学、科学、技術の発展

数学：

- 1+2=3のように誰もが納得する自明のこと、公理といいます。
- この公理を使って、論理的に導いたのが、定理です。
- 例えば、中学校で習う三平方定理などもそうです。

- 数学という学問は真理（論理）を追求する学問で、公理から出発して微分積分学や統計学が生まれました。

現在の科学や技術は数学の裏付けなくしては成り立ちません。

科学:

- 物理や化学や生物や地学などの科学の学問は、先ず、観測または実験から始まります。
- 例えば、ケプラーという天文学者は、天体の精密な観測から、太陽の周りを地球が回っていて、その軌道は楕円軌道あることを発見しました。
- ニュートンはケプラーの実験結果やガリレオの実験から、運動の法則や万有引力を発見しました。

法則は未来永劫不変ではない！？

- 新しい実験事実が見つかり、今までの法則では説明不可能な時、より一般的な法則を作り出そうとします。
- 例えば、光速度が不変であるという実験事実はニュートンの運動の法則で説明できず、アインシュタインの特殊相対性理論や一般相対性理論が生まれました。
- ただし、新しい法則は、過去の法則を否定するのではなく、説明できなければなりません。

技術:

- 技術の発展は、より便利な物を作ろうという試みから、様々な技術が生まれました。
- ピラミッドや古代ギリシャの神殿のような巨大建築物を構築する技術は職人によって発明された。
- さらに様々な経験から、新しい技術が生み出され発展しました。
- 産業革命の頃に、蒸気機関が発明されて、熱とは何か？などの学問が発展した。このことが科学を喚起した手始めと考えられています。

現在では、技術の進歩には、科学と数学なくしては成り立たなくなっています。

カリキュラム

1. アラビアやインドで発明された数の話
   数の成り立ち、素数、完全数など面白い数など
2. ギリシャの数学や科学(ピタゴラスやアルキメデス)
   数学や科学がどのように生まれたか？など、先人がいかに苦労したか？
3. 音楽とピタゴラス
   音階の歴史、音とHz(ヘルツ)など
4. コペルニクスからガリレオ･ニュートン
   中世の天文学、惑星の運動、万有引力など
5. 光とアインシュタイン
   光速度の測定、相対性理論の発見など
6. 量子論の誕生から宇宙の誕生
   極々小さい素粒子から無限の広がりを持つ宇宙など
7. 和算（江戸時代の数学）
   日本にも高度な数学が発達していた。

14ヵ国の先進国で実施した

科学の基礎知識問題

1. 大陸は何万年もかけて移動している。
2. 人類は原始的な動物種から進化した。
3. 地球の中心付近は非常に高温である。
4. 私たちが呼吸に使う酸素は植物から作られた。
5. すべての放射能は人工的に作られたものである。
6. 初期の人類は恐竜と同じ時代に生きていた。
7. 電子の大きさは原子の大きさよりも小さい。
8. レーザーは音波を集中することによって作られる。
9. 男か女になるかを決めるのは父親の遺伝子である。
10. 抗生物質はバクテリアだけでなくウイルスも殺す。

正しいと思う項目には〇を、間違っていると思う項目には×をつけてください。

くらしと科学

第1話

アラビアやインドで発明された

数の話

田中　聡

2018年4月

数はどうして生まれたか？

- 物を数える。数える必要があった。
- 作物や獲物の数を数える必要があった。
- グループで物を分ける必要があった。
- 南米のある原住民チキト族は“１”（エタマ） しかない。
“数える”必要がなかった？
- アフリカのある部族では“５”以上の数は
数えることがなかった。

数の役割

物を数える（基数）。one, two, three, ……

序列をつける（序数）。First, second, third, ……

数の数え方の歴史

- 古代コロンビアでは両手で10本、両手両足で20本の指があるから、20進数を使っていた。
  - 現在のフランス語にも20進法の名残がみられる。
  - 20をvingt（ヴァン）と表す。
  - 例えば、82はquate-vingt-deux（キャトル-ヴァン-ドゥ ）

- 古代バビロニアでは60進数が用いられていた。1、2、3, 4, 5, 6, 10, 12 で割り切れる便利さがある。現在では時間単位に使っている。

- 中世ヨーロッパでは、12進数が1, 2, 3, 4, 6で割り切れるため、その導入を訴える学者もいた。
  その名残りは、「12個＝1ダース」「12インチ＝1フィート」に見られる。

「科学の言葉＝数」岩波書店（1940）

現在、使われている記数法

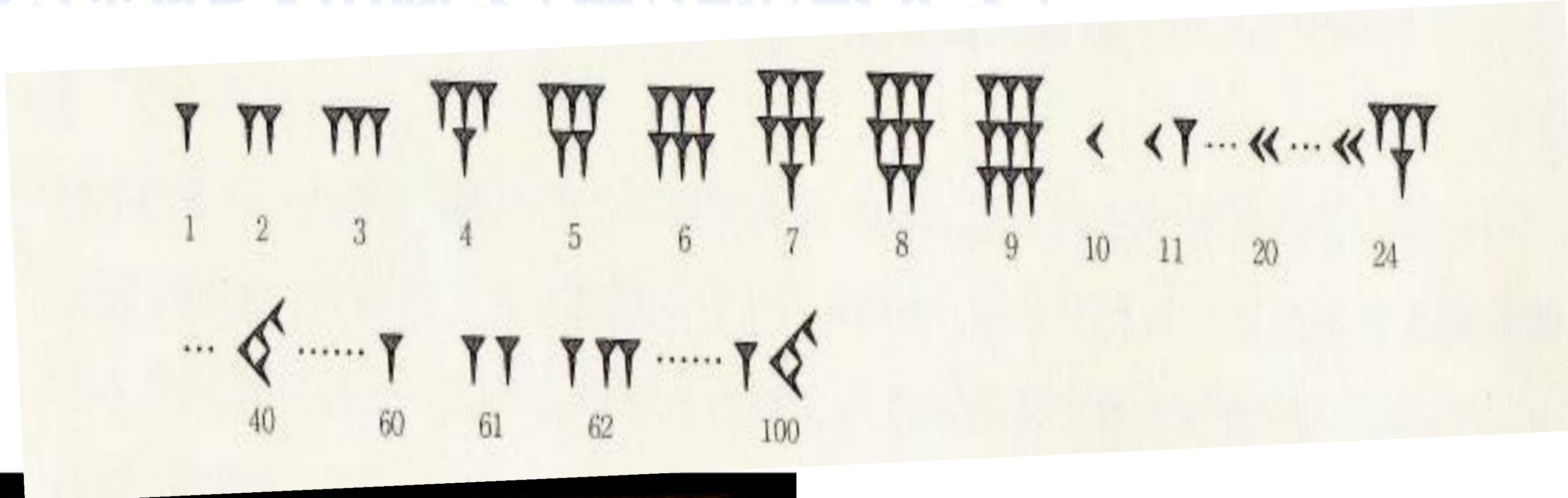
- 10進法　：
  - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
  - $1625 = 1 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 2 \times 10 + 5$
  - $2014 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10 + 4$
- 60進法：
  - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10,11,‥‥‥,57,58,59
  - 3時45分38秒　$= 3 \times 60^2 + 45 \times 60 + 38$　秒
- 2進法：
  - 0, 1
  - $11010 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0$
  -

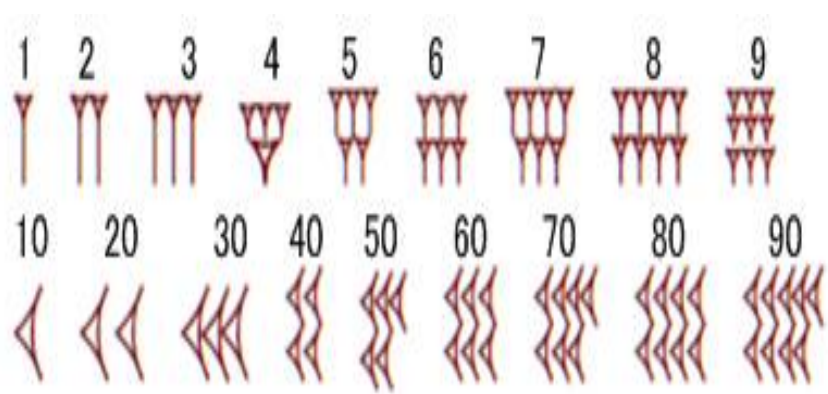
古代中東の数字と数学

メソポタミア文明：　シュメール（BC.4000年）➡バビロニア（BC.3000年）➡ペルシャ（BC.500年）

古代エジプト文明：　BC.3000年ごろから

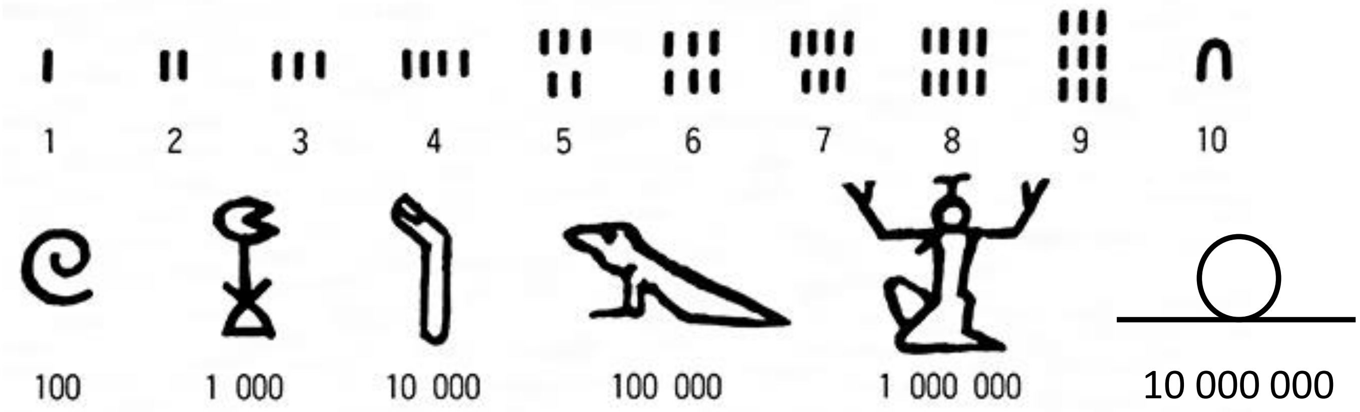
メソポタミアの数字（楔(くさび)形文字）





粘土盤に尖ったもので書かれた。

古代エジプトの数字(象形文字)

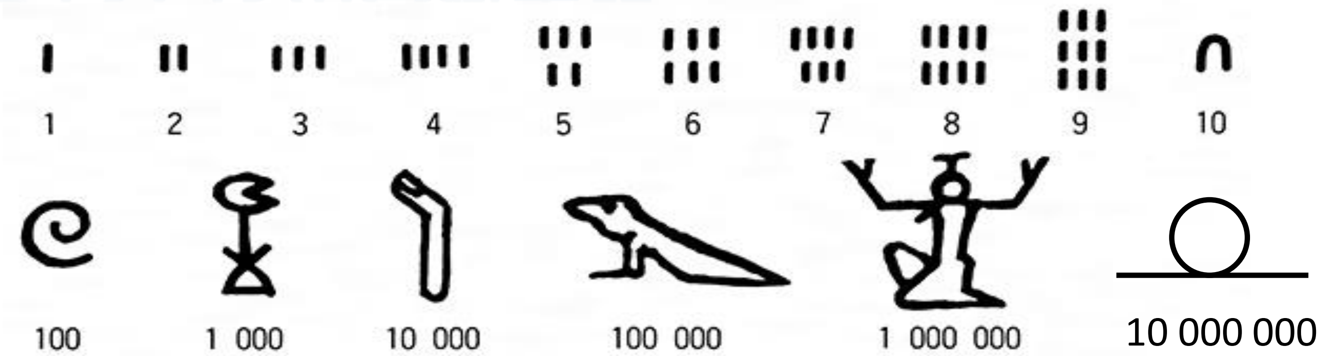


基本となる数詞

ワア	1	縦線１本	
メジュ	10	牛の脚を縛る紐※	
シェト	100	ロープ	
カア	1,000	ロータスの花	
ジェバア	10,000	人間の指	
ヘフェン	100,000	オタマジャクシ	
ヘフ	1,000,000	天空を支え持つ神	

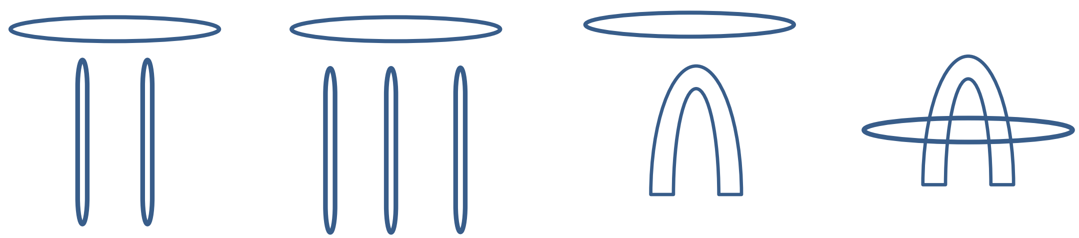
※牛が走り去るのを防ぐためのもの

古代エジプトの分数表記



分数は真分数と2/3のみを使用。

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{3}$

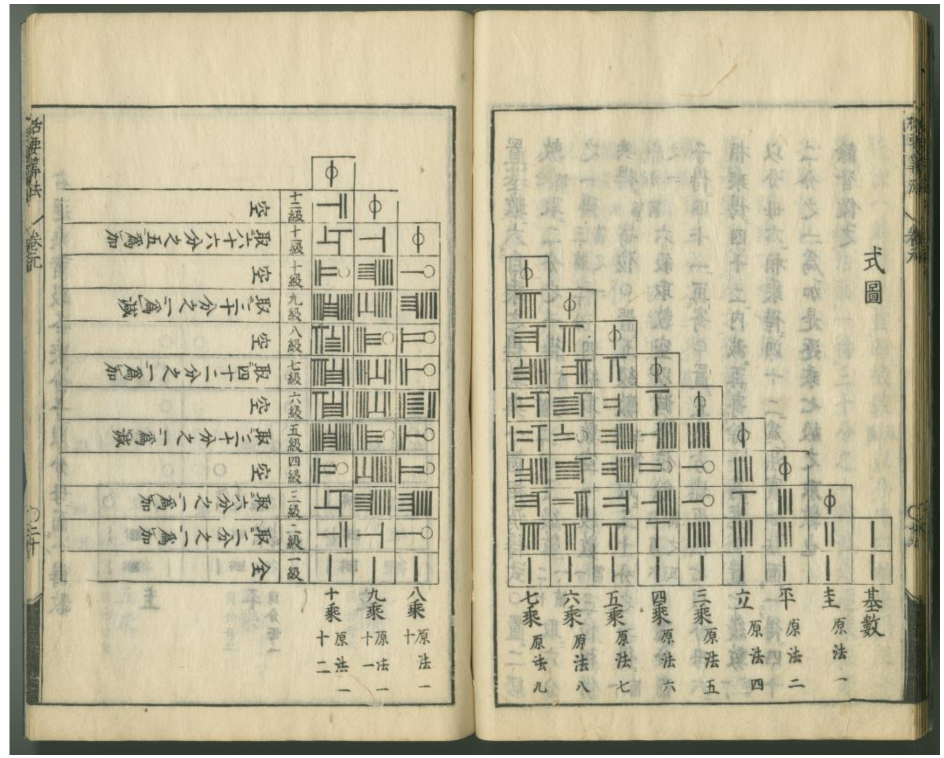


$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{67} = \frac{1}{40} + \frac{1}{335} + \frac{1}{536}$$

和算(江戸時代の算数や数学)

関孝和



括要算法

級数の和や円周率の計算

算木

江戸時代の計算に使われていた算木

赤い算木は　正の数

黒い算木は　負の数

算木

正の数

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
縦式		𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
横式		𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

奇数桁

偶数桁

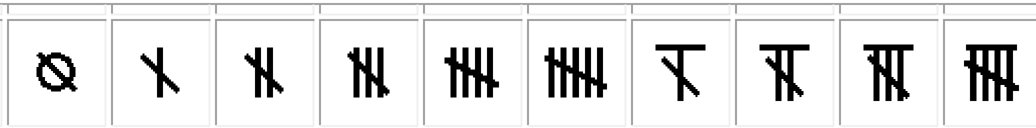
負の数

	0	−1	−2	−3	−4	−5	−6	−7	−8	−9
縦式		𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
横式		𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

奇数桁

偶数桁

縦式



231		𝍡	𝍫	𝍠
5089	𝍭	〇	𝍰	𝍨
−407		𝍣	〇	𝍦
−6720	𝍮	𝍦	𝍪	〇

-40122144

113148

19942

1875

アラビア数字の起源

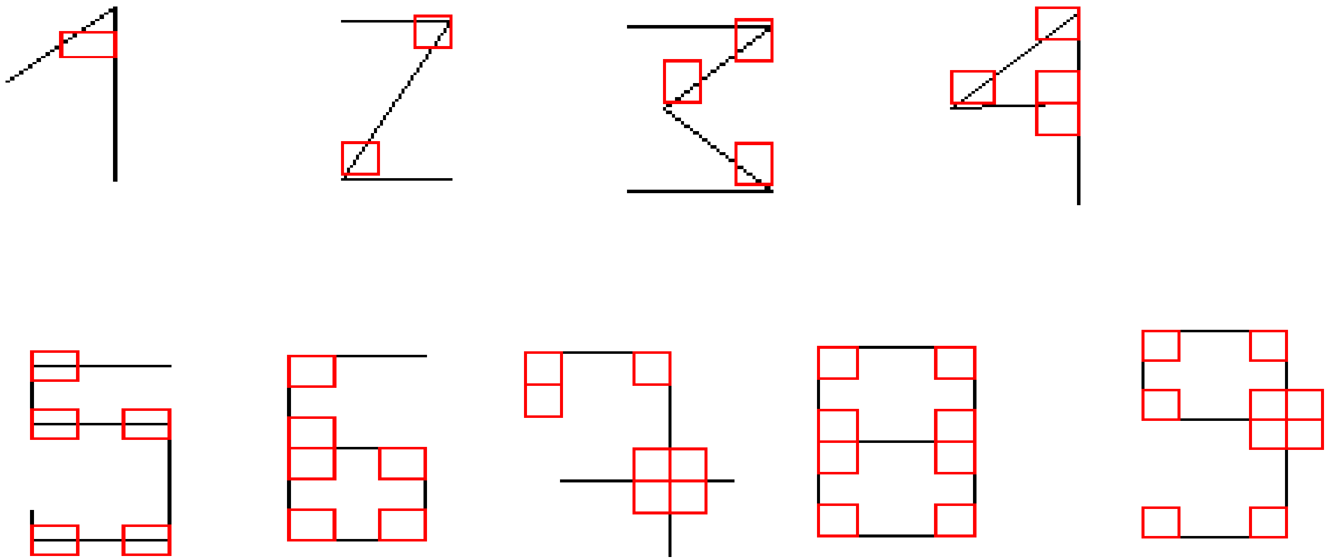
- 日常使っている数字“1、2、3、4、・・・”のアラビア数字は
  インドで発明（発見）？
- ８世紀の後半にインドからアラビアに導入。
- １から9までの数字と、0の記号で表す位取りが便利なため、アラビア世界で発達。
- 現在でもアラブ世界ではアラビア数字をインド数字という。
- ヨーロッパで実用化されるのは15世紀になってから、商人が故郷に伝えて、次第に浸透して言った。
- 日本にも16世紀後半に伝えられている。
- アラビア数字は、自然科学、技術、経済などに根本的役割を果たしている。

アラブ世界とインド数字

アラビア数字	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
インド数字	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

- 現在でもアラブ世界ではアラビア数字（インド数字）を使っている。
- アラビア文字は右から左の方向に書くが、インドから入ってきたインド数字は左から右の方向に書く。アラビア文字の書き順と違う。しかし、インド数字を読むときは右から左方向に読む。
- 例えば「21」は“ ワーヒドゥン　ワ　イシュルーナ ”と読む。“ワーヒドゥン”は「1」、“イシュルーナ”は「20」、そして“ワ”は、「～と」を意味している。
- 「121」は、“ミアトゥン　ワ　ワーヒドゥン　ワ　イシュルーナ”と読む。 “ミアトゥン”は「100」を意味している。

アラビア数字と角の数



いろいろな数字

アラビア数字

2016年

１，２，３，４，５，６，７，８，９，０

漢数字

二千十六年

一，二，三，四，五，六，七，八，九，十

ローマ数字

Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ，Ⅴ，Ⅵ，Ⅶ，Ⅷ，Ⅸ，Ⅹ

MMXⅥ年

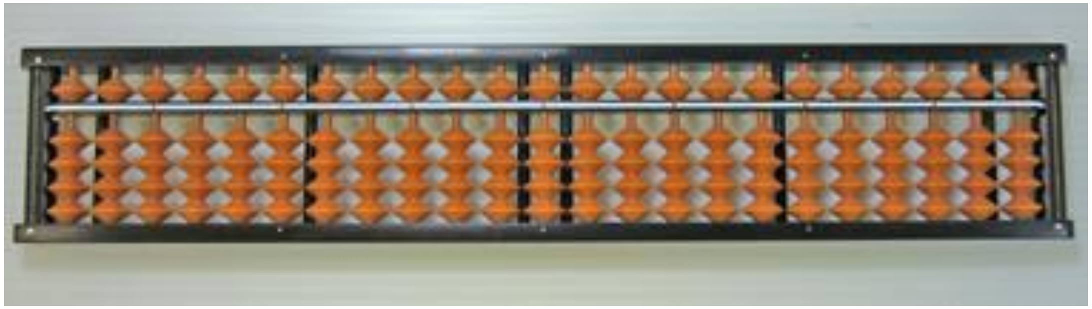
アジアの国々の数字

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
アラビア	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
ナーガリー	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
チベット	༠	༡	༢	༣	༤	༥	༦	༧	༨	༩
ベンガル	০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
グルムキー	੦	੧	੨	੩	੪	੫	੬	੭	੮	੯
オリヤー	୦	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯
テルグ	౦	౧	౨	౩	౪	౫	౬	౭	౮	౯
カンナダ	೦	೧	೨	೩	೪	೫	೬	೭	೮	೯
タミル	௦	௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯
マラヤーラム	൦	൧	൨	൩	൪	൫	൬	൭	൮	൯
バリ	᭐	᭑	᭒	᭓	᭔	᭕	᭖	᭗	᭘	᭙
クメール	០	១	២	៣	៤	៥	៦	៧	៨	៩
タイ	๐	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙
ビルマ	၀	၁	၂	၃	၄	၅	၆	၇	၈	၉
サウラーシュトラ	꣐	꣑	꣒	꣓	꣔	꣕	꣖	꣗	꣘	꣙
オルチキ	᱐	᱑	᱒	᱓	᱔	᱕	᱖	᱗	᱘	᱙

そろばんと位取り（ゼロ）

•古代文明では**位取り（空位）としてのゼロ**は見られるが、数としては認知されていなかった。したがって、計算の対象としてゼロは用いられていない。

そろばん　　**位取り（空位）をゼロとした。**



日本の算盤

ロシアの算盤

古代ローマの算盤

中国の算盤

ゼロの発見（発明）

- 計算の対象として「ゼロを発見」したのはインドで、約1300～1400年前に生まれたといわれている。
- インドの数学者ブラーフマグプタの天文書「ブラーフマスプタシッダーンタ」（西暦628年）の中に、ゼロを用いた演算の規則が述べられている。
- ゼロでないある数を a、ゼロを 0としてそれらの規則を表せば、

$$a+0=a \quad a-0=a \quad a+(-a)=0 \quad 0+0=0 \quad 0-0=0$$

$$a\times 0=0\times a=0 \quad 0\times 0=0$$

$$0\div a=0 \quad 0\div 0=0 \quad a\div 0=0$$

ゼロの歴史

"ゼロ"はインドでshunya (シューニャ:サンスクリット語)

8世紀頃インドからアラビアへ

"ゼロ"はアラビアでsifr (スィフル「空」)

13世紀初め頃アラビアからイタリアへ

"ゼロ"はイタリアでzephirum (ラテン語）
中世ヨーロッパの数学会ではcifra

16世紀ごろヨーロッパから世界へ

ZERO　:　0

外国で建物の１階、2階はどのように呼ばれるか？

日本	アメリカ	イギリス
３階	The third floor	The second floor
２階	The second floor	The first floor
１階	The first floor	The ground floor
地下１階	first basement	first basement
地下２階	second basement	second basement
三階建ての家	A three storied house	A three storeyed house

イギリスではゼロ階がある！

負の数の発見

- 古代ギリシャや中世ヨーロッパでは、数学は幾何学（図形数学）であった。そのため、負の数の考え方はなかった。

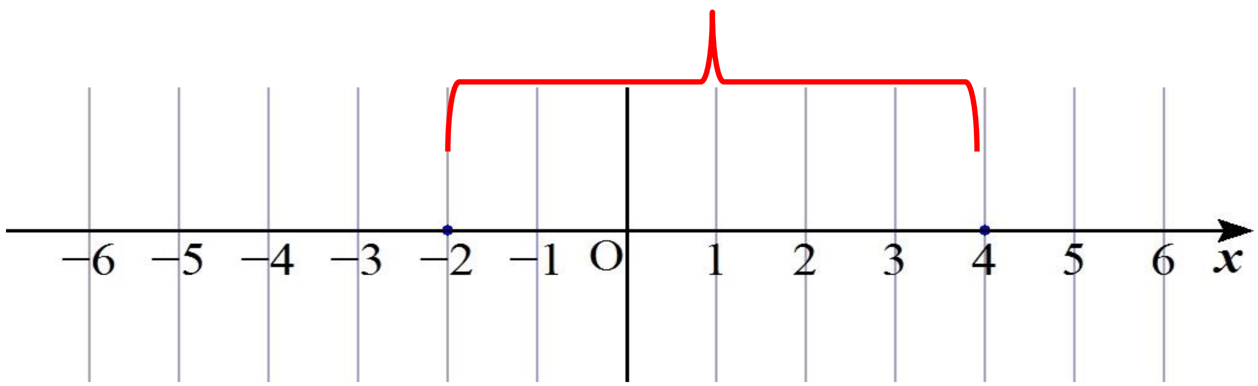
- 例えば、二次方程式の解としては正の答えのみを採用して、負の答えは無意味として、捨てられた。

- １５世紀頃のインドでは、商売での負債（赤字）として、負の数の考え方はあったが、数学としては認知されていなかった。

- １７世紀頃、デカルトやオイラーによって、数学的な概念として、負の数がやっと認められた。

数直線

図 1.2 では、直線上に左から右に、負の数から 1 ずつ増した数字が記されている。0 を中心にして、左側は負の領域、右側が正の領域を示している。この直線を数直線という。数直線を用いると、足し算や引き算が理解しやすい。例えば、4 から -2 を引く場合 $(4-(-2)=)$、数直線上では 4 と -2 の間の差を意味している。この差は 6 である。いろいろな足し算、引き算を数直線上で確かめてみよ。



絶対値

数値を $|\cdots|$ で囲むことによって、数値を正値に変換する記法である。

$$|-3|=3, \qquad |3|=3$$

大小の記法

数値の大小を表す記法である。$a>b$ は、a のほうが b より大きな値であることを示す。$a<b$ はその逆である。また、$a \geq b$ は a が b より大きいかまたは等しいことを意味する。

$$3>a \qquad 5 \geq a > 2$$

図 1-3 は a の範囲が -3 と 4 の間にあることを示している。

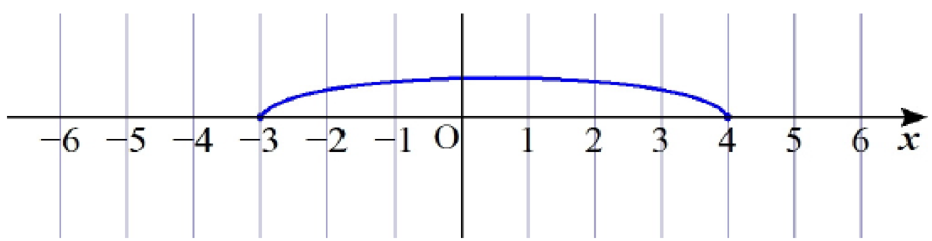
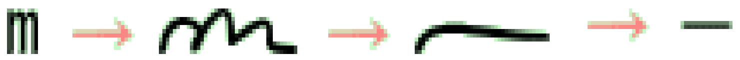


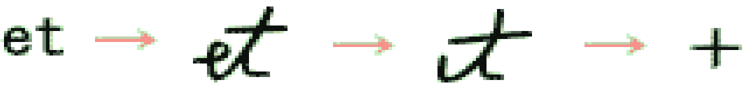
図 1.3　$4 \geq a \geq -3$

数学記号はどのようにして生まれたんだろう？

- ＝： 平行線から生まれた。
- ー :樽に入った水を使ったとき、樽に横線を引いた。あるいは “minus”の “m”が変形した。



- ＋ :この横線がついた樽の水を補充したとき、横線の上から縦線をひいて横線を消したのが始まり。あるいはラテン語の”and”の意味の”et”から生まれた。



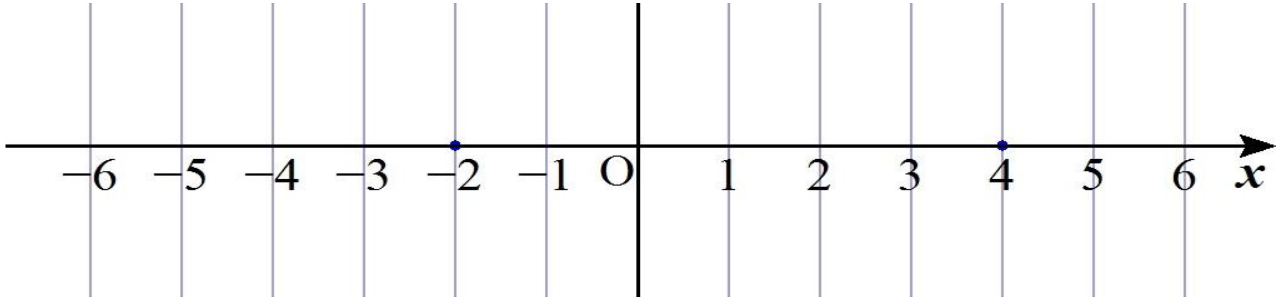
- ×：イギリスのオートレッドという人が「数学の鍵」という著書の中で使ったのが最初とされ、十字架を斜めにしたもの。X(エックス)と似ていて間違いやすい為、ドイツのヴォルフは、乗法記号として「a×b」を「a･b」と表しました。
- ÷ ：比を表す”：”の間に”ー”を入れた。÷の記号を用いているのは日本、イギリス、アメリカぐらいで、ほとんどの国は分数の記号”ー” または”/”を使用。

分数表記のほうが、便利！高学年では分数表記を一般に使用。

自然数と整数

- 自然数： 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ……
- 整　　数： …, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ……
- 偶　　数： …, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, …….
- 奇　　数： …, -5, -3, -1, 1, 3, 5, …..

数直線



数の性質

約数

ある整数 a が、整数 b で割り切れるとき、整数 b は整数 a の約数という。例えば、１２の約数は１，２，３，４，６，１２，である。

素数

- ：1より大きい自然数で自身の数以外で約数を持たない数。

2, 3, 5, 7, 11,13,17,19,23, ……

- ：自然数は素数の積で表すことができる（素因数分解）

$$2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$$

例えば、2, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, $\cdots$, などは素数である。素数は無数に存在することが知られている。 素数には大変奥深いものがある。”ある数の中に素数はいくつあるのか”、”素数の分布はどうなっているのか”、また、”一般公式はあるのか”など、これらの解決の糸口が” リーマン予想” であり、現在も解決していない数学の大問題である。

２から1000までの素数→168個

2	79	191	311	439	577	709	857
3	83	193	313	443	587	719	859
5	89	197	317	449	593	727	863
7	97	199	331	457	599	733	877
11	101	211	337	461	601	739	881
13	103	223	347	463	607	743	883
17	107	227	349	467	613	751	887
19	109	229	353	479	617	757	907
23	113	233	359	487	619	761	911
29	127	239	367	491	631	769	919
31	131	241	373	499	641	773	929
37	137	251	379	503	643	787	937
41	139	257	383	509	647	797	941
43	149	263	389	521	653	809	947
47	151	269	397	523	659	811	953
53	157	271	401	541	661	821	967
59	163	277	409	547	673	823	971
61	167	281	419	557	677	827	977
67	173	283	421	563	683	829	983
71	179	293	431	569	691	839	991
73	181	307	433	571	701	853	997

2から10億までの素数

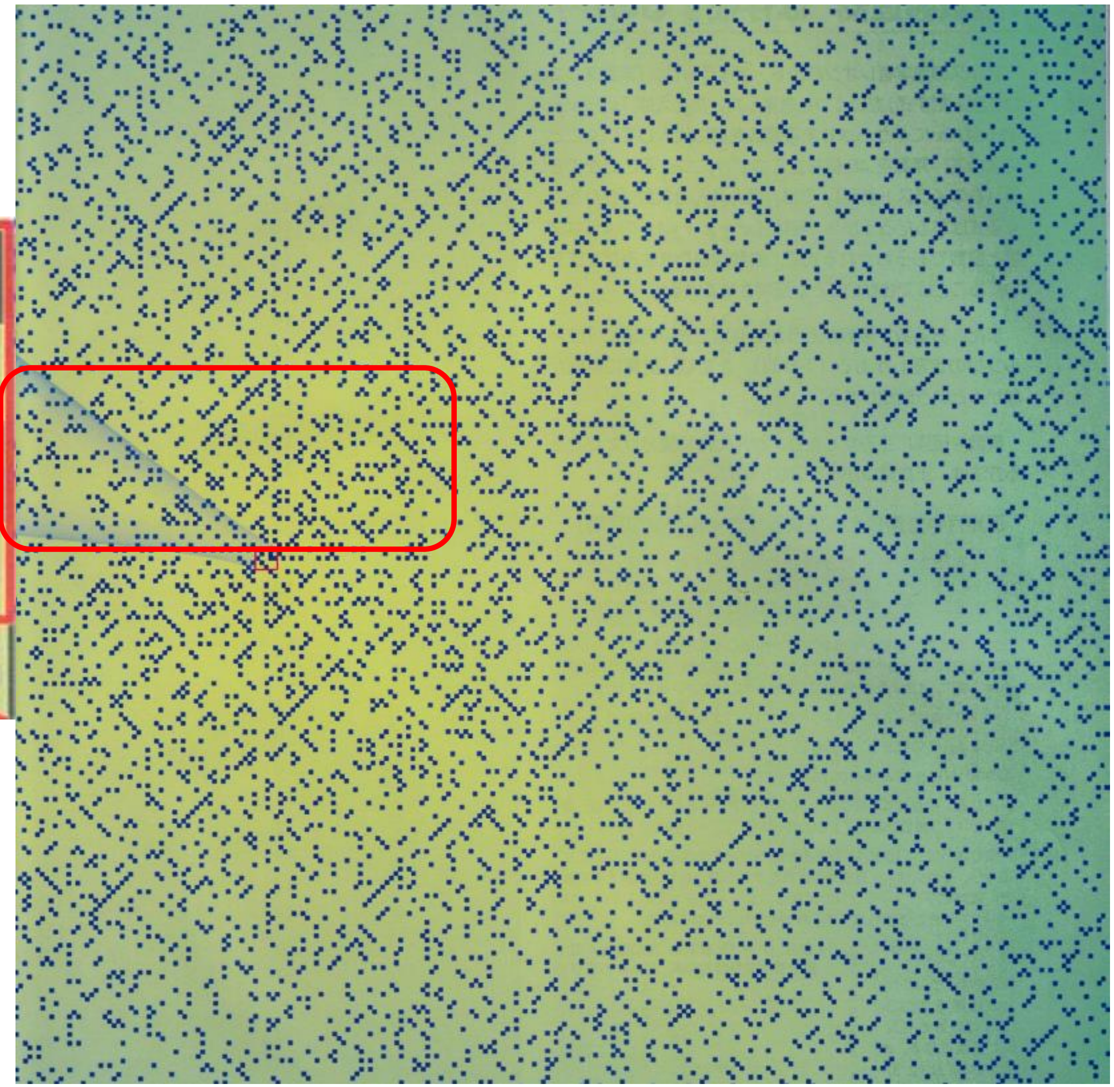
	自然数(N)	素数の数: $\pi(N)$	素数の平均間隔	平均間隔の差
	10	4	2.50	
	100	25	4.00	1.50
	1000	168	5.95	1.95
	10,000	1,229	8.14	2.18
	100,000	9,592	10.43	2.19
百万	1,000,000	78,498	12.74	2.31
	10,000,000	664,597	15.05	2.31
一億	100,000,000	5,761,455	17.36	2.31
	1,000,000,000	50,847,534	19.67	2.31

素数定理 ： $\pi(N) \fallingdotseq N/logN$

素数の分布についてまだ完全に解明されていない。

不思議な数:素数

ウラムのらせん



数学者スタニスラフ・ウラムが
1963年に発見。

雑誌:ニュートンから

メルセンヌ数：2^n-1と素数（雑誌ニュートンから）

暗号と素数

次の14桁の整数はどんな素数の掛け算になるか？

$$86706662670157$$

答え：$86706662670157 = 9010279 \times 9623083$

素数　×　素数

桁数の大きい整数の素因数分解は不可能に等しい！

↓

実際に用いられている整数は数百桁という非常に大きな整数。
暗号として現在、インターネットなどで使われている。
この暗号システムは、1978年にR.L.Rivest, A.Shamir,L.M.Adleman (RSA暗号)
によって開発された。

不思議な数

完全数

その数の約数（1は含めるがその数自身は除く）の和がその数自身と等しい自然数

６の約数：1, 2, ３ ⇒　約数の和：１＋2＋3＝6

２8 の約数：1, 2, 4、7、14
⇒　約数の和：1＋2＋4＋7＋14＝28

- 6, 28, 496, …….　　現在までに47個発見されている。

友愛数

異なる二つの自然数の組で、各々の数の約数(1は含めるがその数自身は除く)の和が他方の数と等しくなる二つの自然数の組をいう。

- 例えば: (220, 284)

220の約数:1,2,4,5,10,11,20,22,44,55,110⇒ 約数の和:284

284の約数:1,2,4,71,142⇒ 約数の和:220

- その他の友愛数: (1184, 1210), ...

婚約数

異なる二つの自然数の組で、各々の数の約数（1とその数自身は除く）の和が他方の数と等しくなる二つの自然数の組をいう。

- 例えば: (48, 75)

48の約数：2,3,4,6,8,12,16,24⇒　約数の和：75

75の約数：3,5,15,25⇒　約数の和：48

- その他の婚約数: (140, 195), (1050, 1925)…….

ゴールドバッハの予想

- ４以上の偶数は二つの素数の和で表せる。
  （ゴールドバッハの予想）

$$20 = 3 + 17$$

$$100 = 47 + 53$$

$$1000 = 179 + 821$$

- 400兆以下の偶数まで検証されているが、証明はされていない。

面白い数（カプレカ数）

1. ３桁あるいは4桁の数をイメージしてください。
2. この三桁の数字を並べ替えて、もっとも大きい数Aと最も小さい数Bを作る。
3. AからBを引き、新しい3桁の数を作り、ステップ1，２，３を繰り返す。

どんな数になりますか？

３桁の数の場合

（例） 529 のとき

952－259＝693
963－369＝594
954－459＝495
954－459＝495

495

４桁の数の場合。

（例） 5691のとき

9651－1569＝8082
8820－0288＝8532
8532－2358＝6174
7641－1467＝6174

6174

1940年頃、インドの数学者 U.R. カプレカーによって発見された。

植物などの不思議な数

イブキジャコウ草

アベリア

葉序：1回まわって2枚の葉が出る。

葉序　＝　1/2　（対生）

開度＝1×360°／2＝180°

開度　＝　180°

葉序：1回まわって3枚の葉が出る。

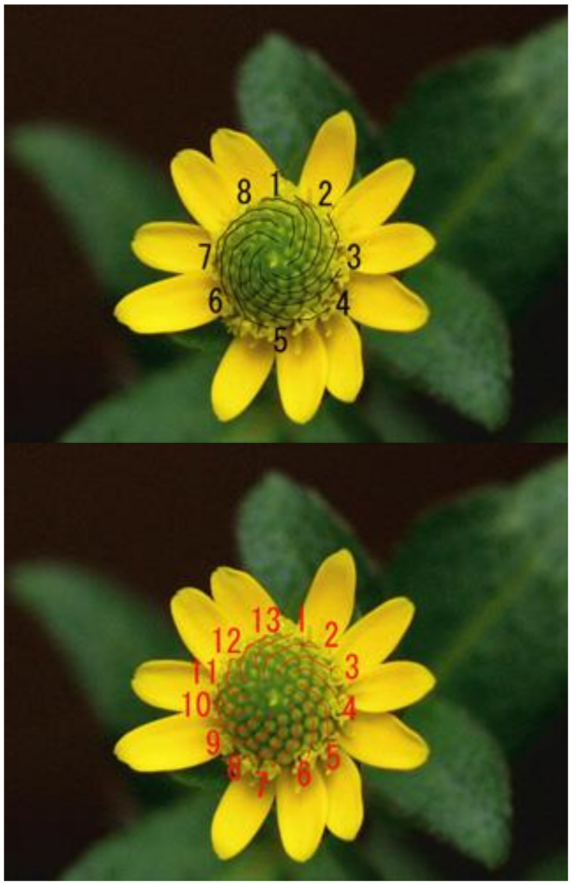
葉序　＝　1/3　（対生）

開度＝1×360°／3＝120°

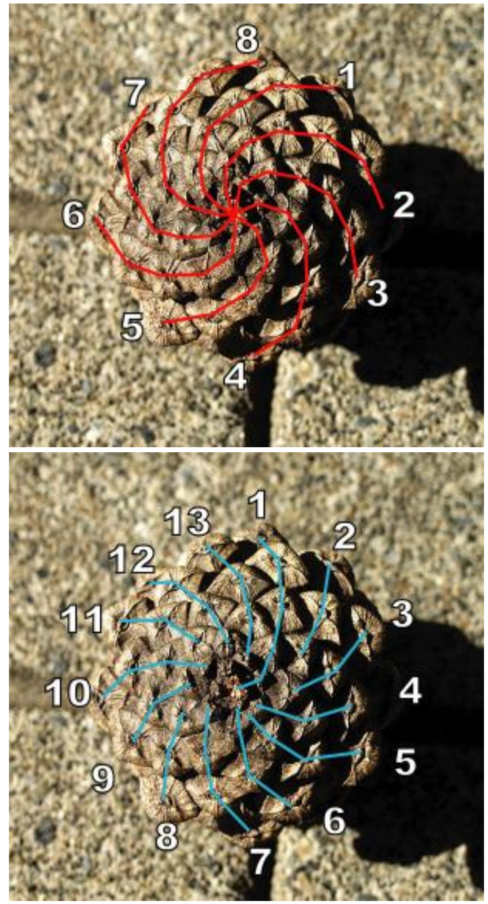
開度　＝　120°

1，2，3　……

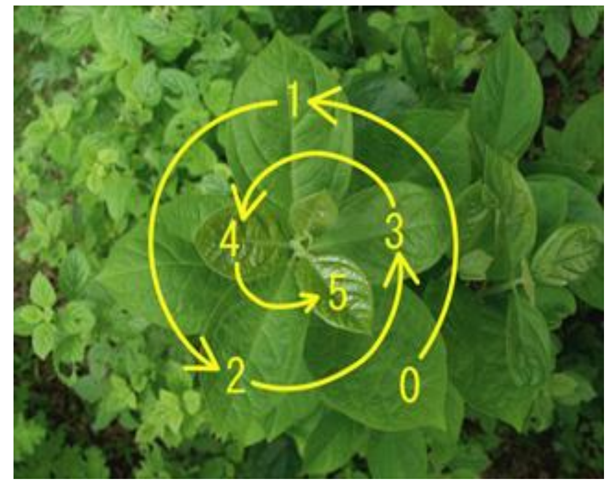
様々な葉序



サンビタリアの花



松ぼっくり



葉序：2回まわって、5枚の葉が出ているとき、
葉序 ＝ 2/5 という。

２，５，８，１３，…

様々な葉序

ホウセンカ

葉序：3回まわって8枚の葉が出る。

葉序　＝　3/8

開度＝3×360°／8＝135°

開度　＝　135°

タカサゴ百合

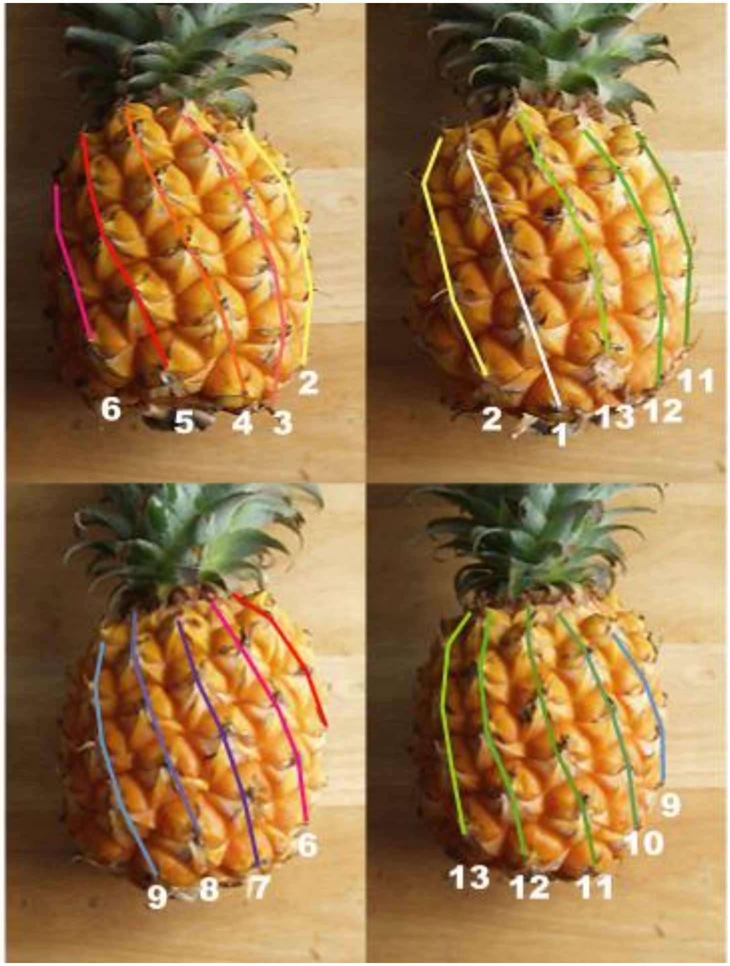
葉序：5回まわって13枚の葉が出る。

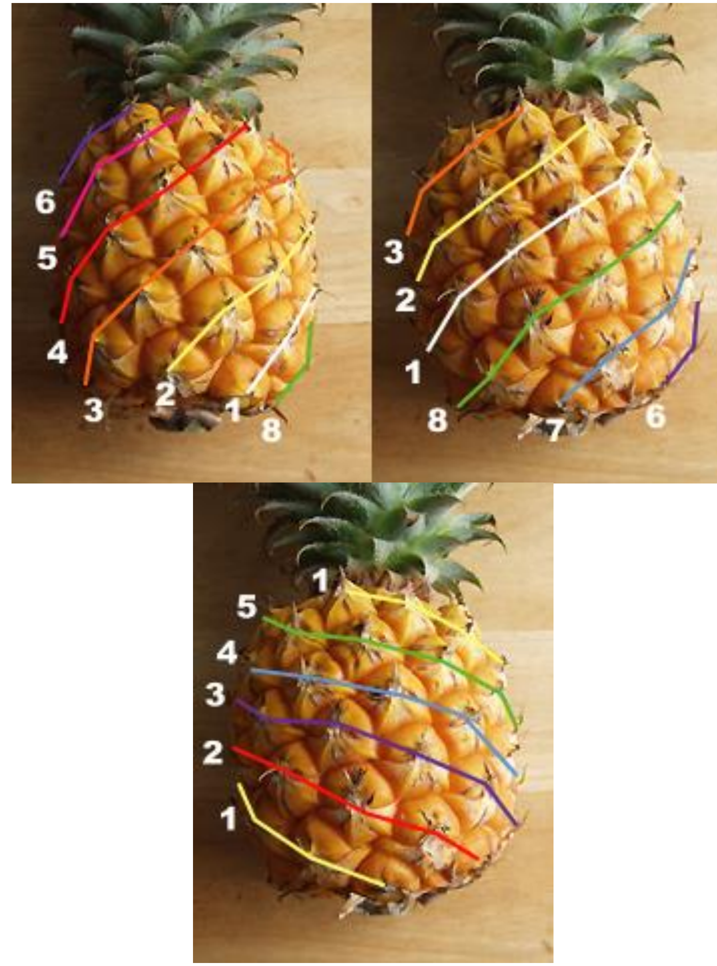
葉序　＝　5/13

開度＝5×360°／13＝138．5°

開度　＝　138.5°

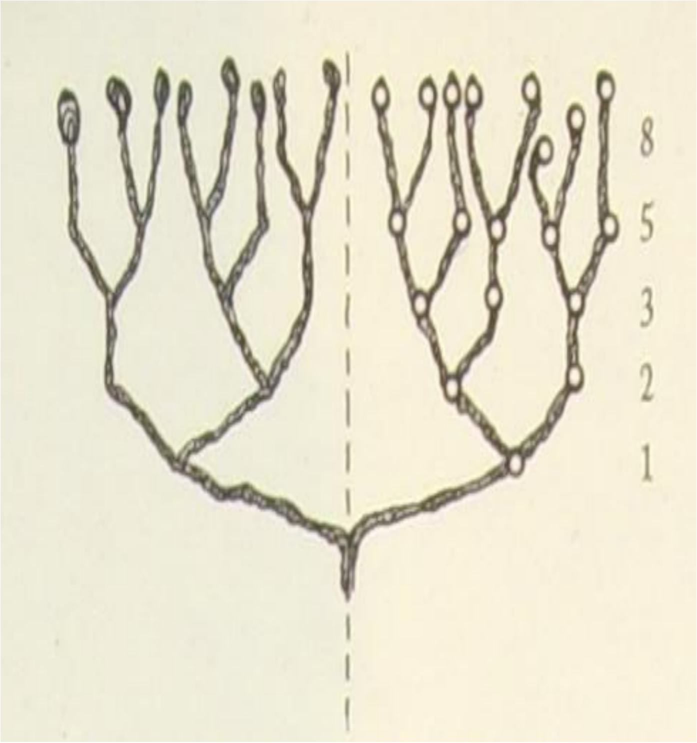
3，5，8，13　……





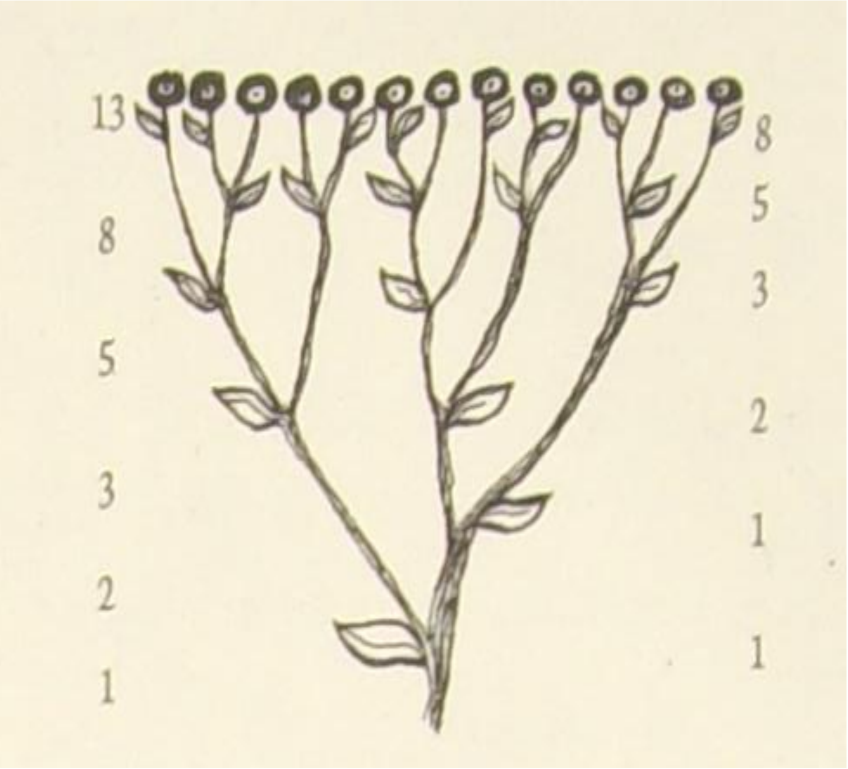
8，13……

フィボナッチ数と植物



枝の分岐の数

オオバコ麒麟草



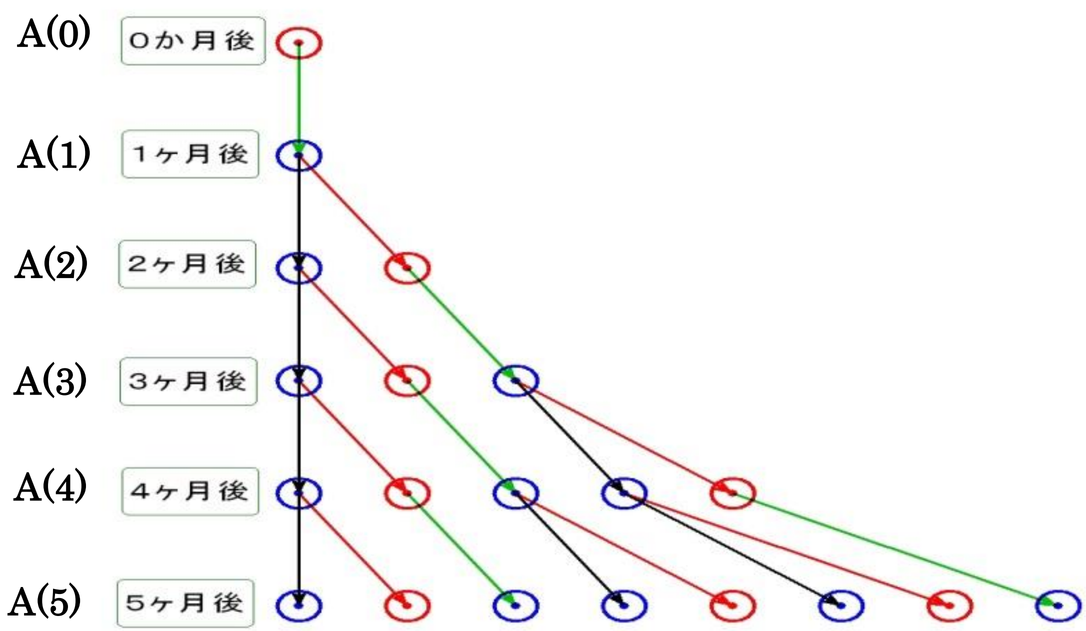
茎の数

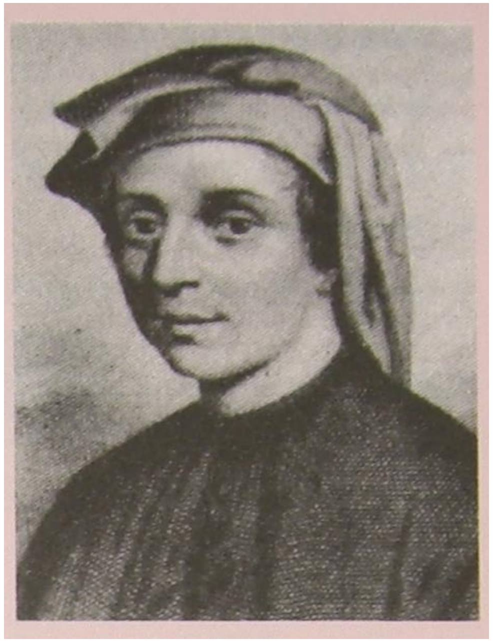
葉の数

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ……

フィボナッチ数列

（生まれたての１対の子ウサギが１ヶ月後に親ウサギになり、さらに１ヶ月後（生まれて２ヶ月後）に１対の子ウサギを生むとする。すべて死なないとすると、１年後には何対のウサギになっているか。）





フィボナッチ(ボナッチの息子の意)
1170-1250年ごろ

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 ......

$$A(n+1) = A(n) + A(n-1)$$

フィボナッチ数列と黄金比

n	A(n)	A(n+1)/A(n)	A(n)/A(n+1)
0	A(0) = 1		
1	A(1) = 1	A(1)/(A(0) = 1	A(0)/A(1) = 1
2	A(2) = 2	A(2)/(A(1) = 2	A(1)/(A(2) = 0.5
3	A(3) = 3	A(3)/(A(2) = 1.5	A(2)/(A(3) = 0.666…
4	A(4) = 5	A(4)/(A(3) = 1.666…	A(3)/(A(4) = 0.6
5	A(5) = 8	A(5)/(A(4) = 1.6	A(4)/(A(5) = 0.625
6	A(6) = 13	A(6)/(A(5) = 1.625	A(5)/(A(6) = 0.6154
7	A(7) = 21	A(7)/(A(6) = 1.6154	A(6)/(A(7) = 0.6190
8	A(8) = 34	A(8)/(A(7) = 1.6190	A(7)/(A(8) = 0.6176
9	A(9) = 55	A(9)/(A(8) = 1.6176	A(8)/(A(9) = 0.6182
10	A(10) = 89	A(10)/(A(9) = 1.6182	A(9)/(A(10) = 0.6180
11	A(11) = 144	A(11)/(A(10) = 1.6180	A(10)/(A(11) = 0.6181

黄金比： $x = (\sqrt{5} + 1)/2 = 1.618034....$ ~ 8/5

黄金比： $1/x = 0.618034....$ ~ 5/8

フィボナッチ数列と黄金比

$$A(n+1) = A(n) + A(n-1)$$

$$A(n+1) / A(n) = 1+A(n-1) /A(n)$$

nが充分大きくなると、
A(n+1)/ A(n) はある一定値 になる。

$$A(n+1)/ A(n) \quad = x$$

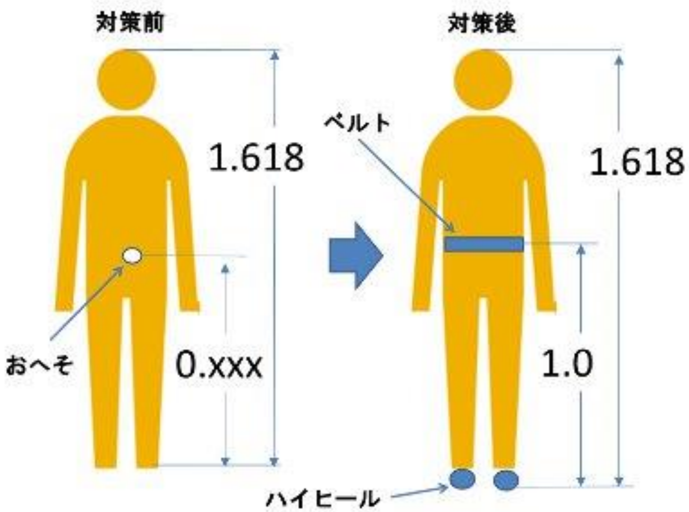
$$A(n-1)/ A(n) \quad = 1/x$$

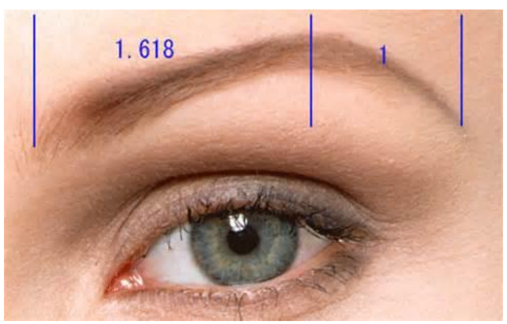
$$x = 1+1/x$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

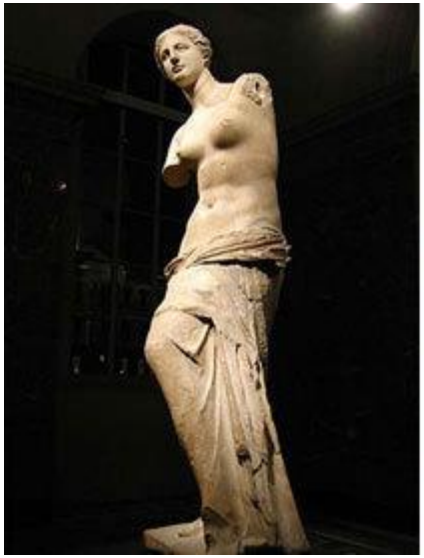
黄金比： $x = (1+\sqrt{5})/2 = 1.618034\ldots \sim 8/5$

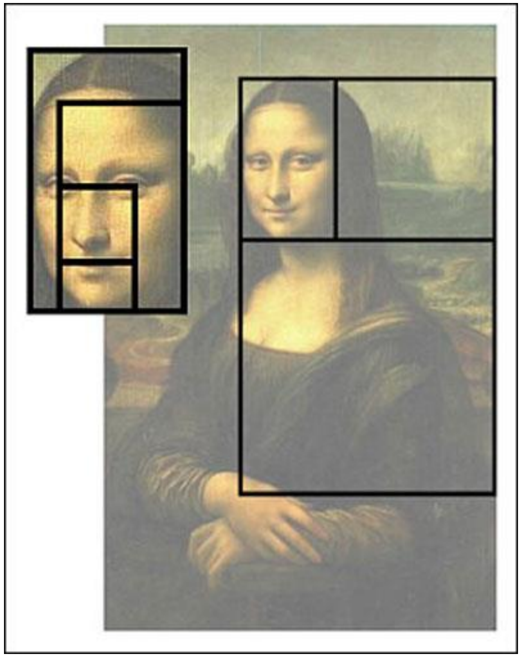
美しい形と黄金比





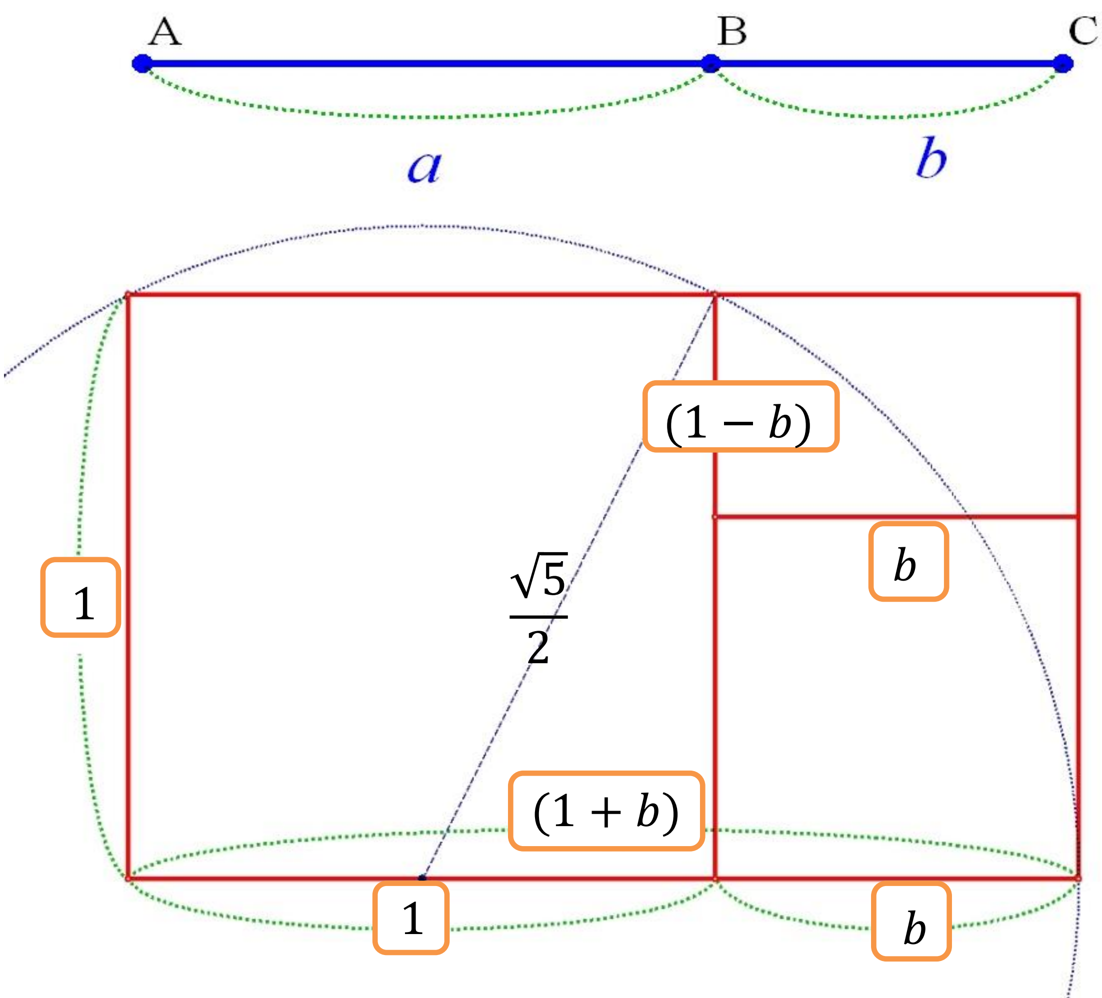
1.618 : 1 = 8:5→黄金比



1.618 : 1 ??

黄金比を求める。



$$a : b = (a+b) : a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(a+b)}{a}$$

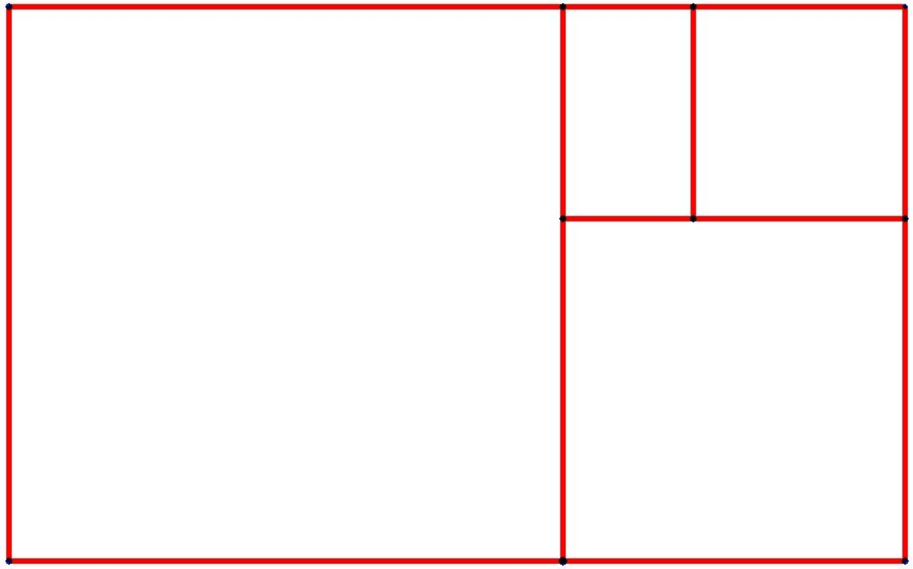
$$\frac{a}{b} = \frac{(\sqrt{5}+1)}{2} = 1.618034\cdots \cong \frac{8}{5}$$

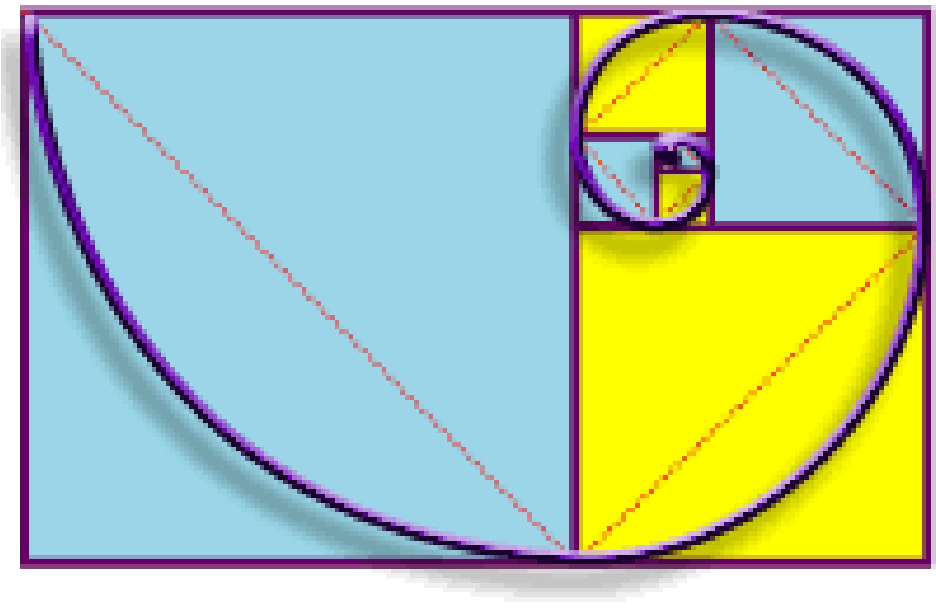
$$\frac{b}{a} = \frac{(\sqrt{5}-1)}{2} = 0.618034\cdots \cong \frac{5}{8}$$

黄金比

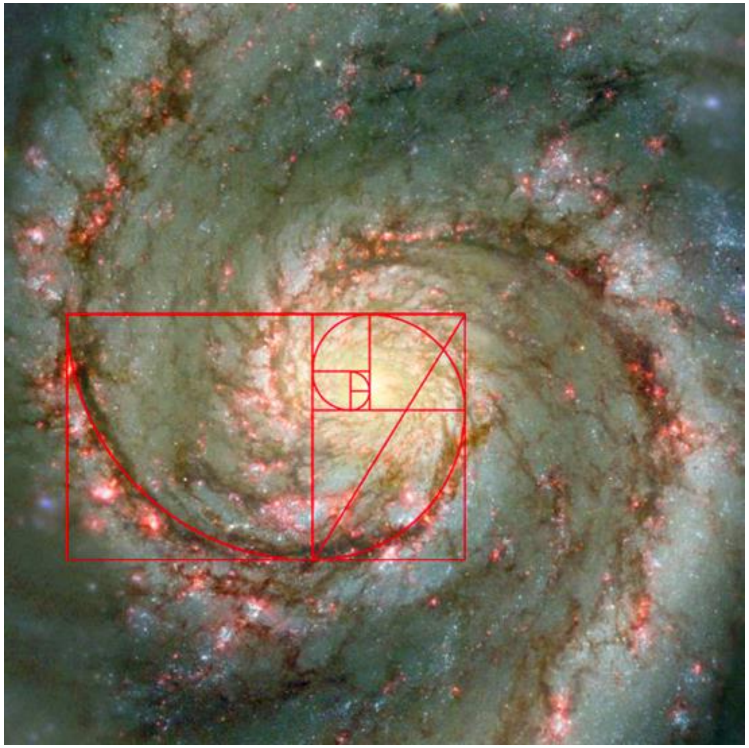
$a=1$として、bを求める。$\rightarrow \frac{(\sqrt{5}-1)}{2} = 0.618034\cdots$

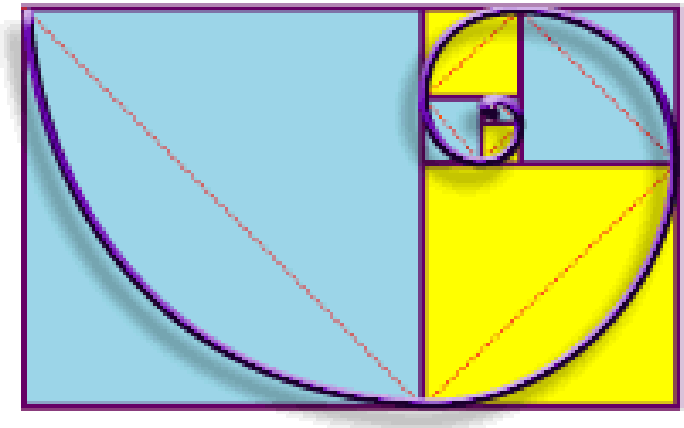
黄金比と渦巻き



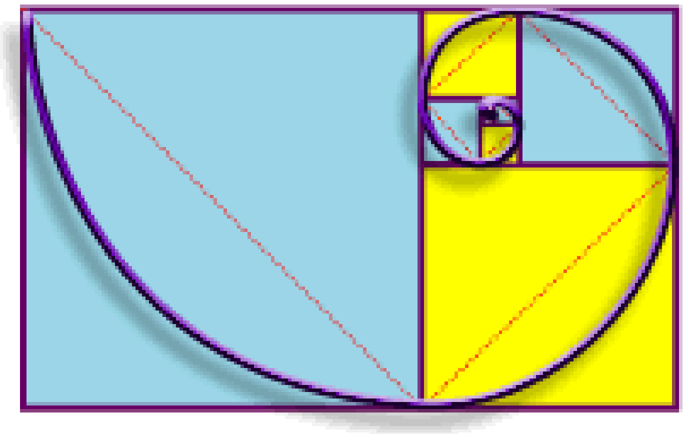


渦巻き形と黄金比

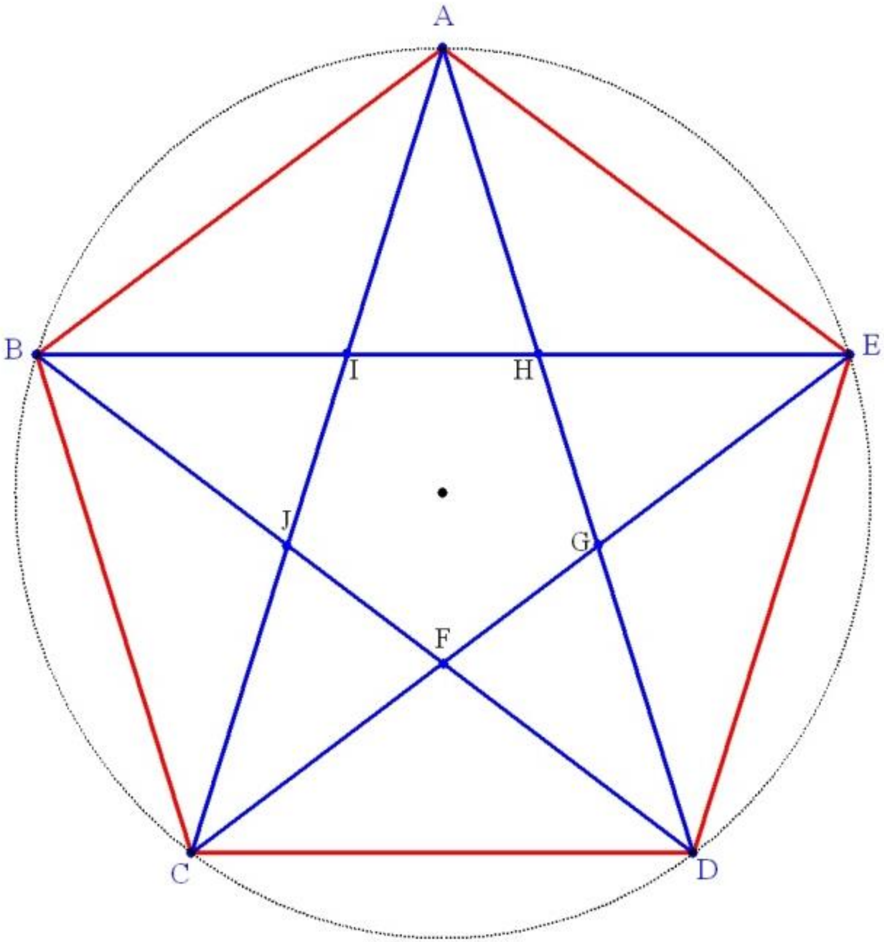




植物と黄金比



正五角形（五ぼう星形）と黄金比

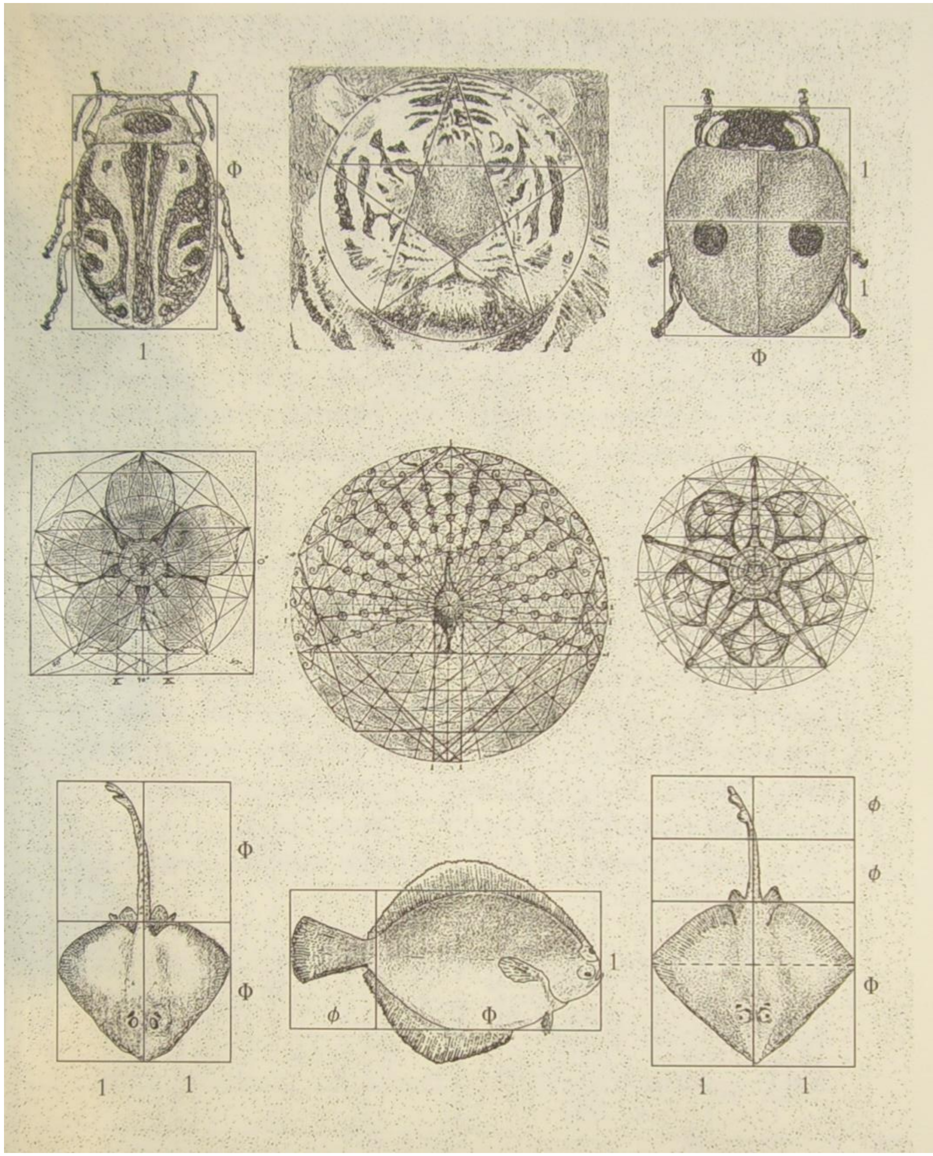


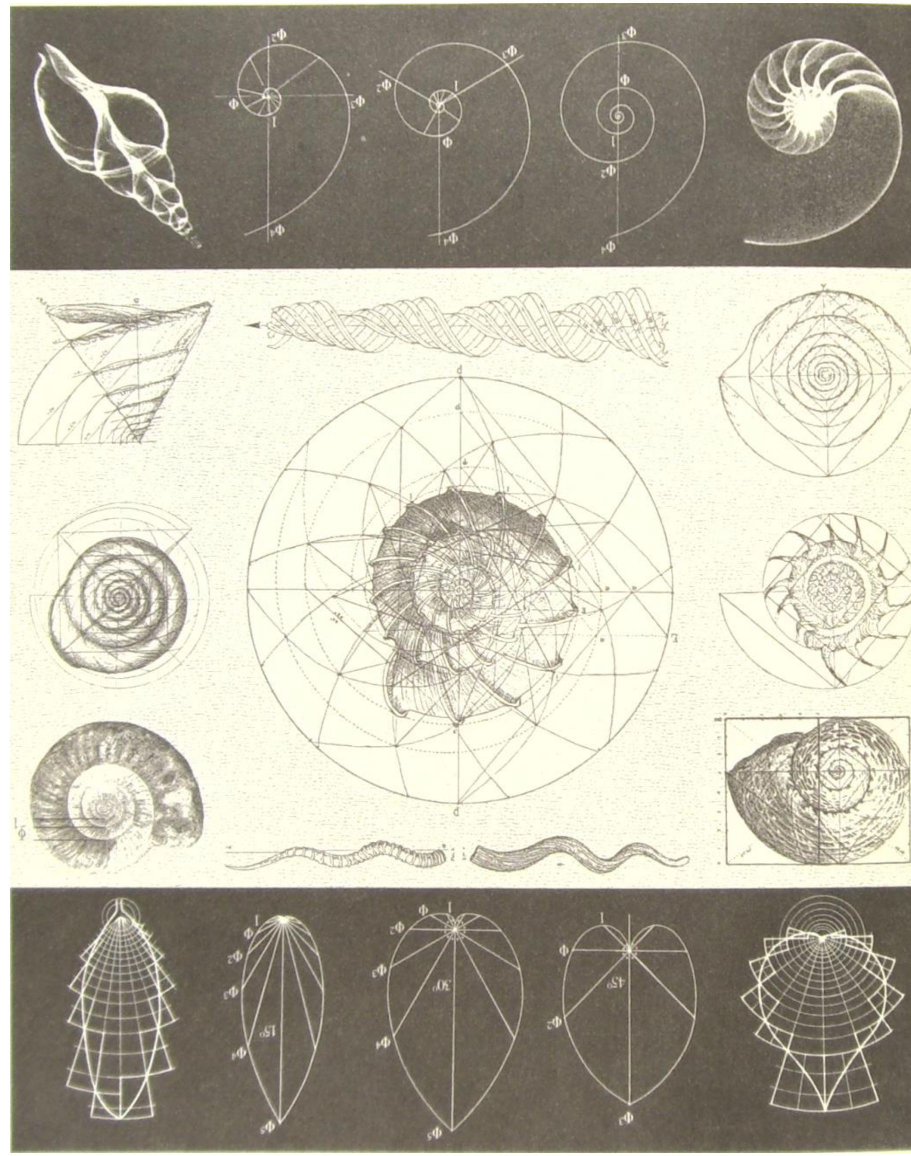
ABの長さとACの長さの比

$$AC/AB = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \sim \frac{8}{5}$$

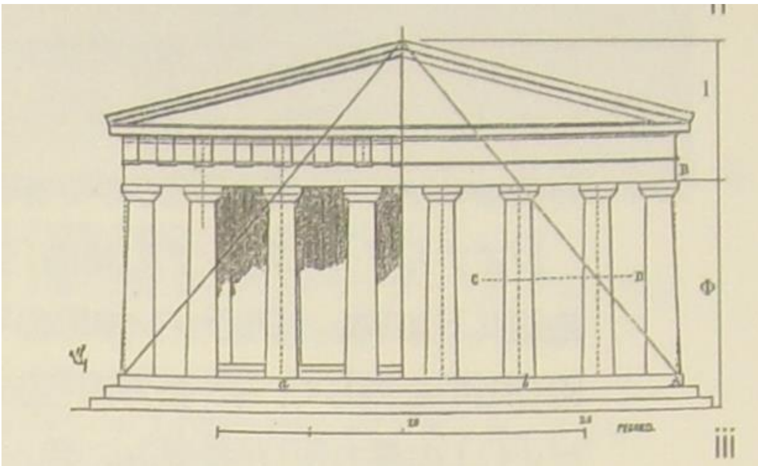
五ぼう星形は中世のヨーロッパでは神聖な図形とされ、この比は黄金比である。

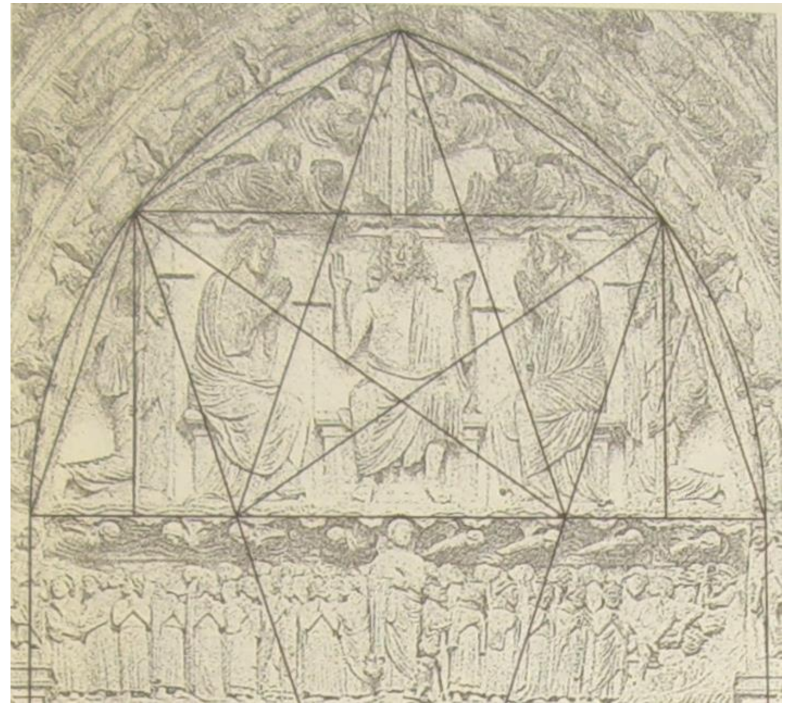
黄金比と動物

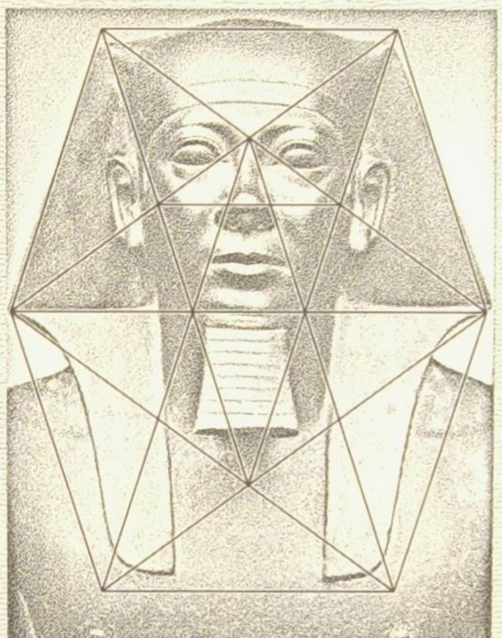




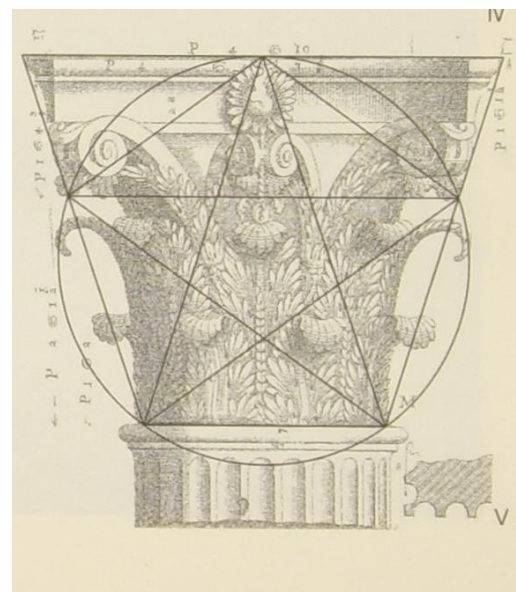
黄金比と古代建築



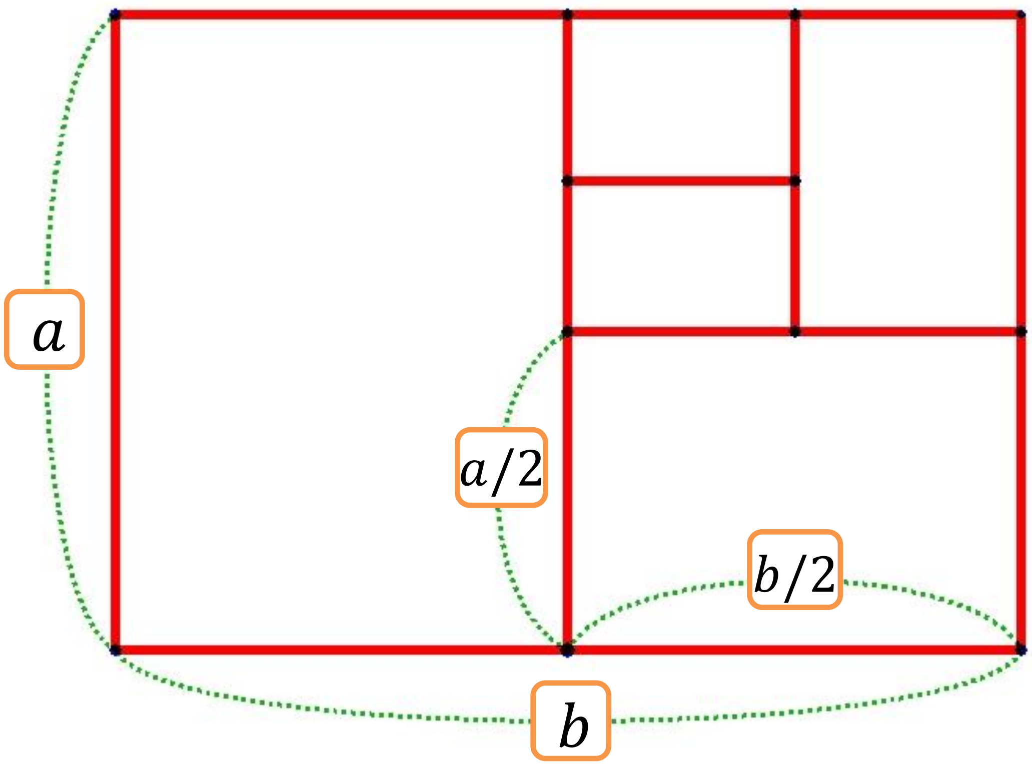




五芒星形と正五角形が配された、メンカウラー王の胸像



シルバー比



$$b : a = a : b/2$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2a}{b}$$

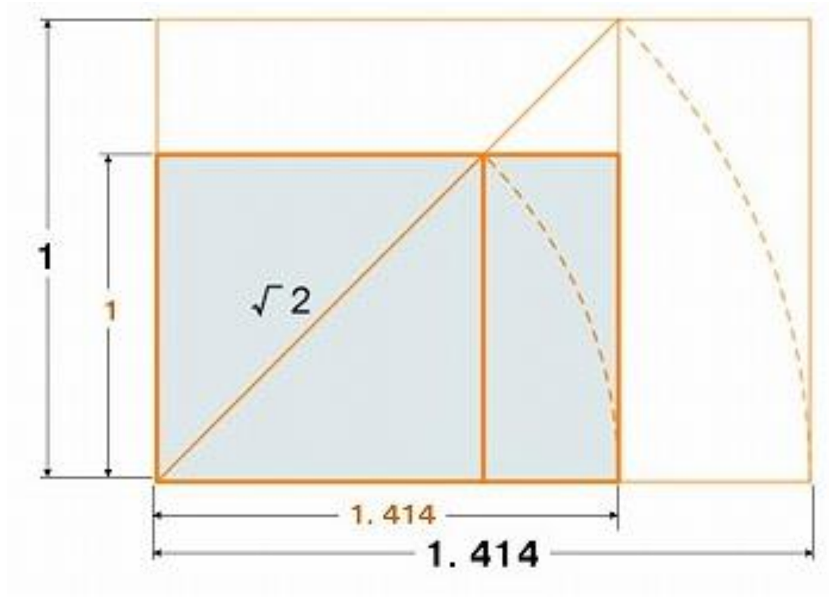
シルバー比　$b/a = \sqrt{2} = 1.4142 \sim 7/5$

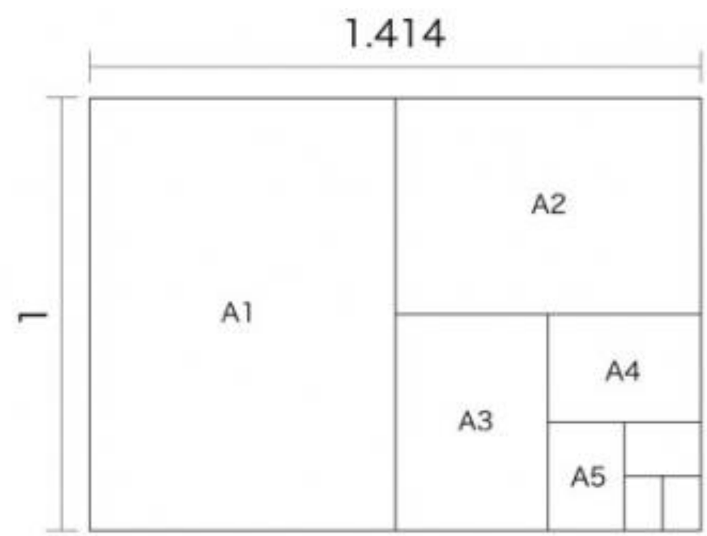
A4用紙やB5用紙：シルバー比

シルバー比

AC: AB:=AB:AD=AE:AF=$\sqrt{2}$

浄瑠璃寺吉祥天に見る白銀比





白銀長方形

14ヵ国の先進国で実施した

科学の基礎知識問題

1. 大陸は何万年もかけて移動している。
2. 人類は原始的な動物種から進化した。
3. 地球の中心付近は非常に高温である。
4. 私たちが呼吸に使う酸素は植物から作られた。
5. すべての放射能は人工的に作られたものである。
6. 初期の人類は恐竜と同じ時代に生きていた。
7. 電子の大きさは原子の大きさよりも小さい。
8. レーザーは音波を集中することによって作られる。
9. 男か女になるかを決めるのは父親の遺伝子である。
10. 抗生物質はバクテリアだけでなくウイルスも殺す。

正しいと思う項目には○を、間違っていると思う項目には×をつけてください。

科学の基礎知識問題の解答

1. 〇（83%）：大陸は何万年もかけて移動している。
2. 〇（78%）：人類は原始的な動物種から進化した。
3. 〇（77%）：地球の中心付近は非常に高温である。
4. 〇（67%）：私たちが呼吸に使う酸素は植物から作られた。
5. ×（56%）：すべての放射能は人工的に作られたものである。
6. ×（40%）：初期の人類は恐竜と同じ時代に生きていた。
7. 〇（30%）：電子の大きさは原子の大きさよりも小さい。
8. ×（28%）：レーザーは音波を集中することによって作られる。
9. 〇（25%）：男か女になるかを決めるのは父親の遺伝子である。
10. ×（23%）：抗生物質はバクテリアだけでなくウイルスも殺す。

14ヵ国の先進国で実施
1位：デンマーク（正答率64%）、日本は13位（正答率51%）

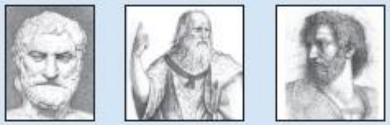
おもしろ自由研究

1 数学探訪『数学の歴史』

●「幾何学に王道なし」
—— ユークリッド

●「経験から独立した思考の産物である数学が，どうしてこんなにも見事に現実の事物に適合するのであろうか。」— アインシュタイン

古代ギリシャの数学



タレス
(B.C.624-B.C.546頃)
ギリシャの哲学・科学の創始者。ピラミッドの高さを測定したり，比例や幾何学の諸定理を示した。

プラトン
(B.C.427-B.C.347)
今の大学の起源であるアカデミアの創設者。ソクラテスの教えやピタゴラス学派の数学にひかれ，哲学・数学を研究した。

アリストテレス
(B.C.384-B.C.322)
プラトンのアカデミアで学び，ピタゴラス学派の数の理論を研究し，より理論的・実証的な学問をめざした。

▲目次

「九章算術」
1世紀頃に書かれた中国最古の数学書。9章からなり，8章の「方程」は方程式の問題が書かれている。

0の発見

インドでは，筆算が行われていた。計算に便利な1～9と0が生まれた。

6世紀頃，インドでは，0を使った10進法(位取り記数法)が行われていた。

アル・フワリズミ（9世紀／アラビアの数学者）が著した「代数」
代数(algebra)という言葉は，この本の標題に由来している。algebraは，方程式を解くときの「移項」の意味。2次方程式の解法について書かれている。

ブラーマグプタ
(598-660／インド)
0を数として認め，また，正の数，負の数を，方向の互いに反対であるものとして使っていた。
また，「2次方程式の解の公式」について研究した。

ヴィエタ
(1540-1603／フランス)
文字式を発案し，代数学の発展に貢献した。

フィボナッチ
(1170頃-1240頃／イタリア)
1202年「算盤の書」を著し，ヨーロッパにインド・アラビア数字と10進位取り記数法を伝えた。

ステヴィン
(1548-1620／ベルギー)
1585年「小数論」を著し，小数の理論をまとめる。

江戸の「和算」

吉田光由（みつよし）
(1598-1672)
江戸時代のベストセラー「塵劫記」の著者

関孝和（せきたかかず）
(1642-1708)

吉田光由の塵劫記や，中国の本に学び，日本独自の数学（和算）の基礎をつくった。1674年に出した「発微算法」が有名。弟子に建部賢弘らいる。

伊能忠敬（いのうただたか）
(1745-1818)
56歳からの実地測量で，日本で初めての，実測日本地図をつくった。

イスラム帝国（622-1258）

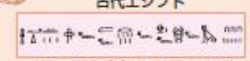
縄文	弥生	古墳	奈良	平安	鎌倉	室町	安土桃山	江戸	明治	大正	昭和	平成

紀元前2000年 ― 紀元前500年 ― 紀元0年 ― 500年 ― 1000年 ― ルネサンス最盛期（14～15世紀） ― 1500年 ― イギリス産業革命 ― 2000年

グーテンベルグ活版印刷発明（1450）　宗教改革（1517）

古代バビロニア（B.C.1800頃）
◀粘土板
正方形の対角線の長さの計算

古代エジプト



▲アーメスのパピルス（B.C.1650頃）

●数学は，土地の測量や補修，ピラミッドなどの建造物をつくることで発達した。

数学の始まり

～*mathematics*～

ピタゴラス
(B.C.572頃-B.C.492頃)

ピタゴラスは，紀元前6世紀頃，南イタリアのクロトンで学校(ピタゴラス学派)を開き，「数論」「幾何学」「音楽」「天文学」を教えていた。

これらの教科は当時，'mathema'（学ぶことができるもの）とよばれていて，これが今の数学 'mathematics' の語源である。

ギリシャ数学は，「経験的，感覚的な事実はあくまで「仮説」であって，「証明」が必ず必要である」ことをはっきり示していた。

紀元前3世紀「ギリシャ数学の黄金時代」

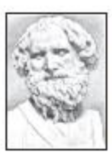
●ギリシャでは，「幾何学」つまり図形やその計量について研究する学問が発達した。

ユークリッド
(B.C.330頃-B.C.275頃)

ユークリッド幾何学の創始者。13巻からなる「原論」を著し，数学史上に不滅の功績を残した。公理・公準を基礎として，すべての命題を論理的に証明していく方法を確立した。

ユークリッドの「原論」
(ストイケア／幾何学諸原理)

第1巻……直線，平行線，三角形
第2巻……面積
第3巻……円
第4巻……円に内接および外接する正多角形
第5巻……比例
第6巻……相似形
第7～10巻……数論
第11～13巻……立体図形



アルキメデス
(B.C.287-B.C.212)
円や球の研究に取り組み，円周率πを3.14とし，小数点以下2けたまで正確に求めた。また，球の体積は，球に外接する円柱の$\frac{2}{3}$であることを発見した。そのほかアルキメデスの原理として有名な「浮力の法則」や「てこの原理」など数々の業績を残した。

球の体積を求めたことで，感動のあまり墓には球と外接する円柱を刻ませている。

アラビアの数学　特に「代数学」が発達した。8世紀に中国の唐から紙が伝わったこともあり，アラビア数学は近世ヨーロッパの数学の発達に大きな影響を与えた。

16世紀の「近代科学の発展時代」

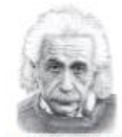
ガリレイ　1564-1642／イタリア

落下運動の法則…「落下する距離は，落下時間の2乗に比例する」ことを明らかにした。

ケプラー　1571-1630／ドイツ

惑星の運動に関して「ケプラーの法則」を発見した。惑星の軌道を正多面体にはめこむ研究もした。

ガウス
1777-1855／ドイツ
大学生のときに，2000年もの間できないと思われていた「正17角形の作図」に成功した。



アインシュタイン
1879-1955／アメリカ
「相対性理論」の生みの親で，量子力学の基礎をつくる。1921年にノーベル物理学賞を授賞した。

17～18世紀の「近世数学の黄金時代」

デカルト
1596-1650／フランス
「座標」を考案し，幾何学と代数学を結びつけた。
哲学者としては「我思う故に我あり」という言葉が有名。

フェルマー
1601-1665／フランス
フェルマーの最終定理は，300年以上の時間をかけ，証明された。確率論では，パスカルと書簡のやりとりをしている。

パスカル
1623-1662／フランス
圧力の原理である「パスカルの原理」で有名。名前は圧力の単位パスカルに使われる。確率論の生みの親でもある。

ライプニッツ
1646-1716／ドイツ
ニュートンとほぼ同じ時期に，「微分法・積分法」をまとめる。現在使われる記号はライプニッツによるものである。

ニュートン
1642-1727／イギリス
りんごが落ちるのを見て「万有引力の法則」を発見した。また物体の運動について研究する中で，「微分・積分法」を確立した。

オイラー
1707-1783／スイス
正多面体に関する「オイラーの定理」をはじめ，たくさんの研究実績をもつ大数学者。円周率の記号πも広めた。

ここまで、2018 4/19